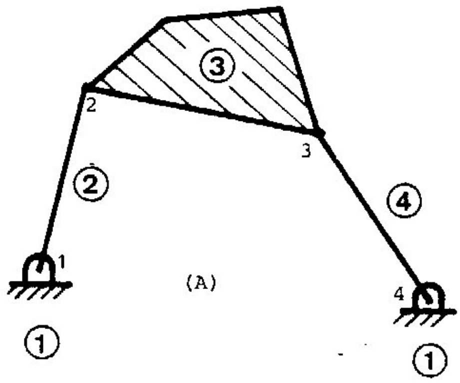
Problemas Resueltos de Movilidad (Grados de Libertad) en el plano

Prof. Charles Delgado

Diseño de Maquinas

Ene -2009

1 Determinar el número de grado de libertad del mecanísmo representado en la figura.



Criterio de Grübler:

$$G.L = 3(n-1)-2i-s$$

siendo,

G.L., grado de libertad del mecanísmo

n, número de barras

i, número de pares inferiores de un grado de libertad.

s, número de pares superiores de dos grados de libertad

Por este criterio tenemos,

$n = 4$

$i = 4$

$s = 0$

$3(n-1) - 2i - s = 1$

Por tanto,el mecanísmo es "desmodrómico", nombre que recibe un mecanísmo de un grado de libertad.

Criterio de Restricción:

$$G.L = (2\,J-3) - \left[n_2 + 3\,n_3 + 5\,n_4 + \ldots\ldots\ldots + (2\,k-3)\,n_k\right]$$

Siendo,

J , nº de nudos del mecanísmo

n_2 , nº de barras con 2 pares cinemáticos de 1 G.L.

n_3 , nº de barras con 3 pares cinemáticos de 1 G.L.

.

.

.

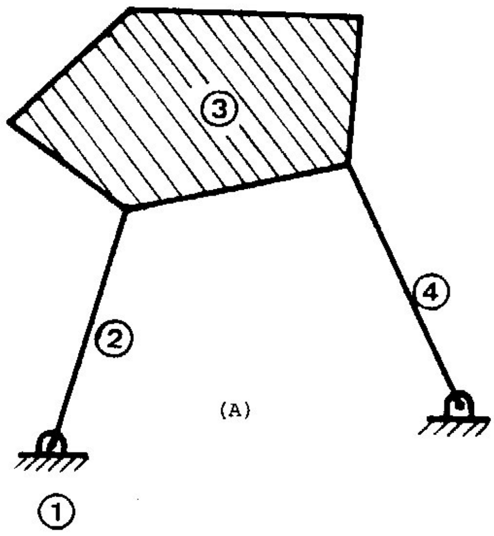
.

n_k , nº de barras con k pares cinemáticos de 1 G.L.

(2) Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo representado en la figura.

Es el mísmo problema anterior puesto que es un cuadrilátero articulado en el cual cambia, únicamente, la configuración geométrica de la barra 3. Por tanto,

G.L = 1



(A)

Resolverémos el problema considerándolo ahora formado por barras binarias.

Grübler

$n = 10$

$i = 13$

$s = 0$

$3(n-1) - 2i - s = 27-26 = 1$

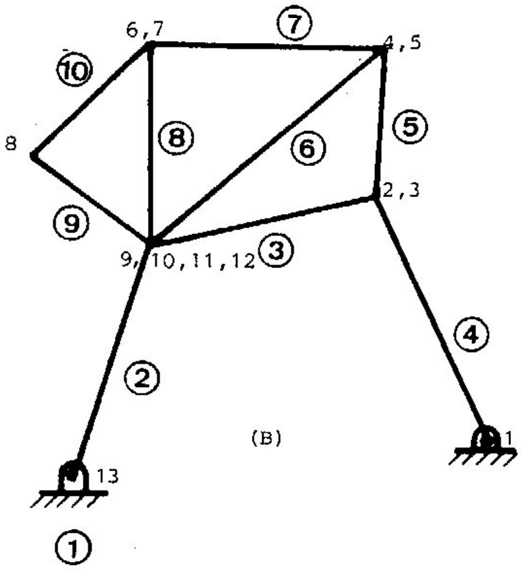
Restricción

$J = 7$

$n_2 = 10$

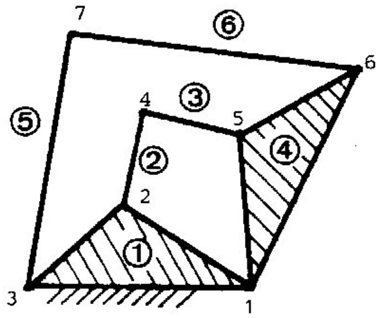
$n_3 = n_4 = \ldots = n_k = 0$

$2J - 3 - n_2 = 1$



(B)

3 Determinar el número de grados de libertad en los tres casos siguientes:



Grübler

$n = 6$

$i = 7$

$s = 0$

$G.L = 3(n-1) - 2i - s = 3.5-2.7 = 1$

Restricción

$J = 7$

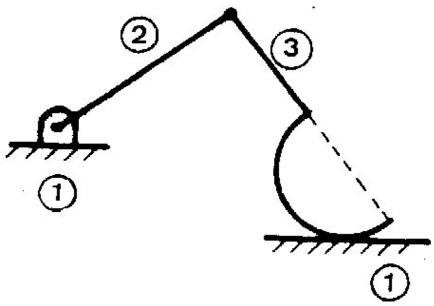
$n_2 = 4$ (barras 2,3,5 y 6)

$n_3 = 2$ (barras 1 y 4)

$2J - 3 = 2.7-3 = 11$ condiciones

$1\ n_2 + 3\ n_3 = 1.4 + 3.2 = 10$ restricciones

$G.L = 11 - 10 = 1$



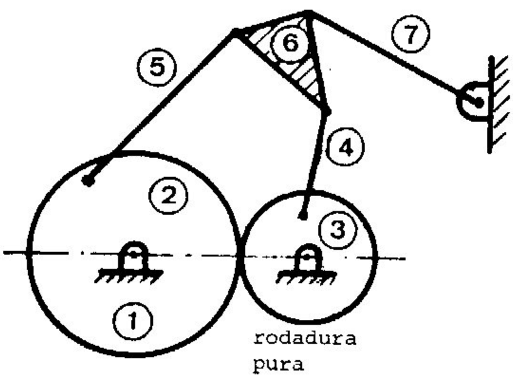
Grübler

$n = 3$

$i = 2$

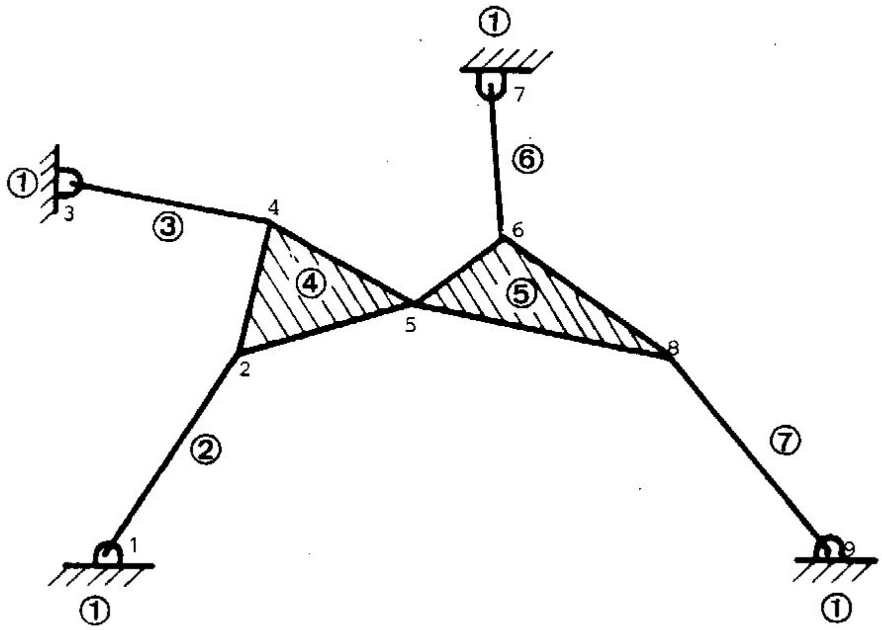
$s = 1$ (contacto 1 y 3)

$3(n-1) - 2i - s = 3(3-1) - 2.2-1 = 1$



Eliminando el grupo de Assur formado por las barras 4,5,6 y 7, el mecanismo quedará reducido a las dos ruedas 2,3 que tienen un grado de libertat.

4 Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo de la figura.



Grübler

$n = 7$

$i = 9$

$s = 0$

$3(n-1) - 2i - s = 18 - 18 = 0$

El mecanísmo no tiene movilidad (es una estructura)

Restricción

$J = 9$

$n_2 = 4$ (barras 2,3,6 y 7)

$n_3 = 2$ (barras 4 y 5)

$n_4 = 1$ (barra 1)

$n_5 = n_6 = \ldots = n_k = 0$

$2J - 3 = 15$ condiciones

$1\,n_2 + 3\,n_3 + 5\,n_4 = 1.4 + 3.2 + 5.1 = 15$ restricciones

GL = n° condiciones - n° restricciones = 15 - 15 = 0

Aplicando este criterio, tenemos:

$J = 4$

$2J-3 = 5$

$n_2 = 4$ (barras 1,2,3 y 4)

$n_3 = n_4 = \ldots\ldots = n_k = 0$

$G.L. = 5-4 = 1$

A continuación resolverémos el mísmo problema considerandolo formado por barras binarias.

En el mecanísmo (B), las barras 3,5,6,7 y 8 forman una estructura sin movimiento relativo entre las mísmas. Por tanto, hacen el mísmo papel que la barra 3 del anterior mecanísmo (A).

Criterio de Grübler

$n = 8$
$i = 10$
$s = 0$
$3(n-1) - 2i - s = 21 - 20 = 1$

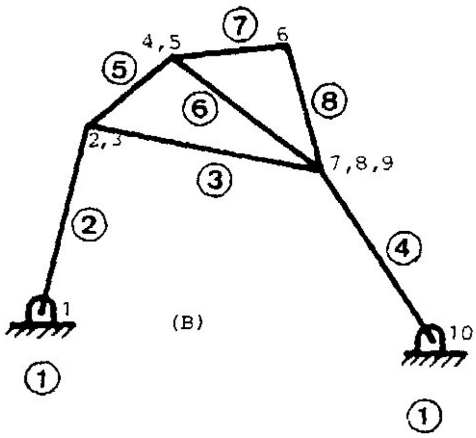
Criterio de Restricción

$J = 6$

$n_2 = 8$

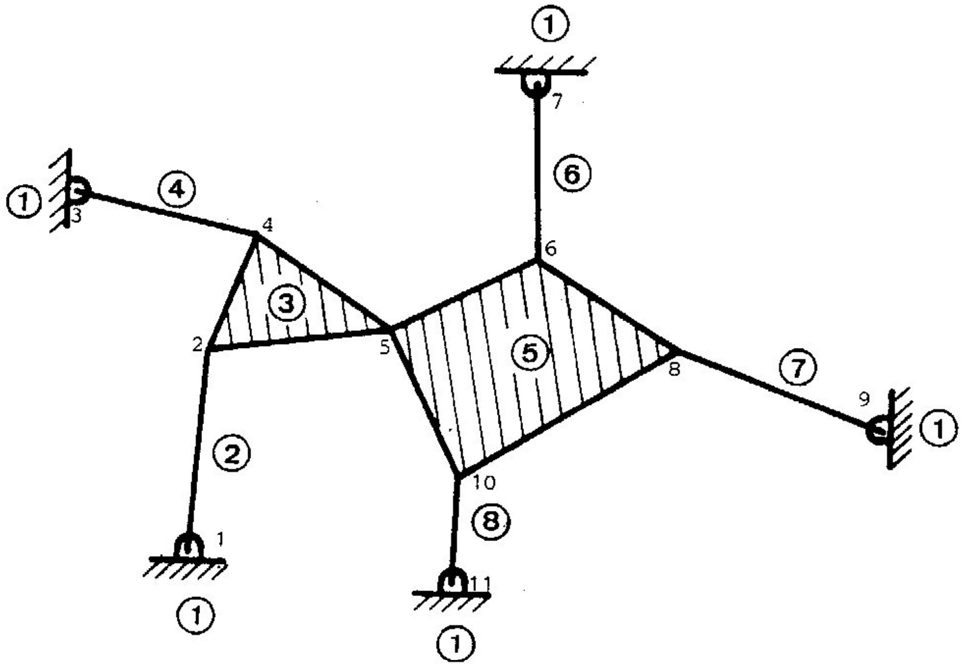
$n_3 = n_4 = \ldots = n_k = 0$

$2J - 3 - n_2 = 9 - 8 = 1$



(B)

(5) Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo de la figura.



Grübler

$n = 8$

$i = 11$

$s = 0$

$3(n-1) - 2i - s = 21 - 22 = -1$

El mecanísmo es estáticamente indeterminado

Restricción

$J = 11$

$n_2 = 5$ (barras 2,4,6,7 y 8)

$n_3 = 1$ (barra 3)

$n_4 = 1$ (barra 5)

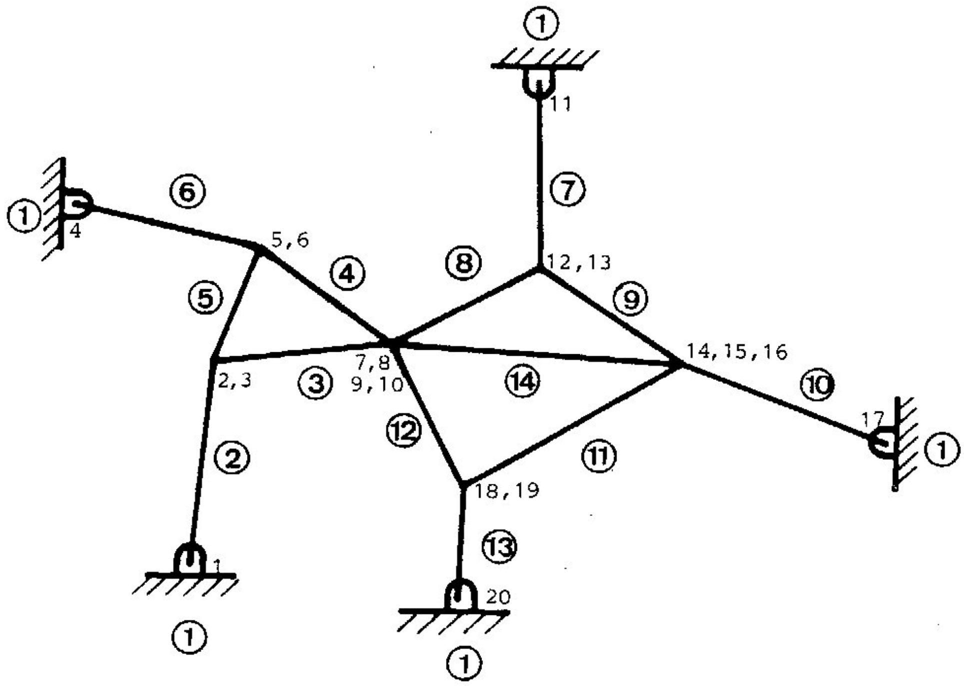
$n_5 = 1$ (barra 1)

$2J - 3 = 2.11 - 3 = 19$ condiciones

$1\ n_2 + 3\ n_3 + 5\ n_4 + 7\ n_5 = 1.5 + 3.1 + 5.1 + 7.1 = 20$ restricciones

$G.L = 19 - 20 = -1$

Resolución del problema considerandolo formado por barras binarias.



Grübler

$n = 14$

$i = 20$

$s = 0$

$3(n-1) - 2i - s = 3.13 - 2.20 = -1$ (Estáticamente indeterminado)

Restricción

$J = 11$

$n_2 = 13$

$n_3 = 0$

$n_4 = 0$

$n_5 = 1$ (barra 1)

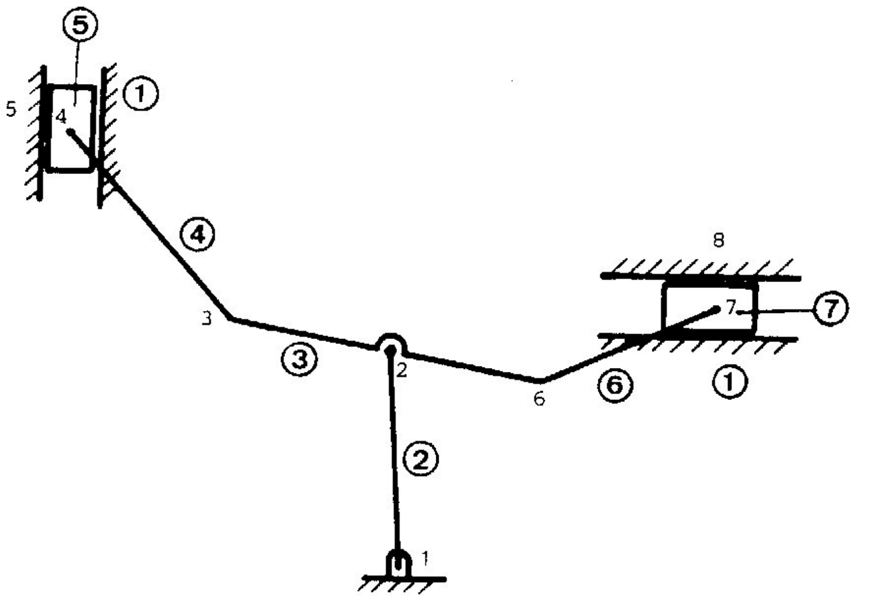
$n_6 = n_7 = . . . = n_k = 0$

$2J - 3 = 2.11 - 3 = 19$ condiciones

$1\ n_2 + 3\ n_3 + 5\ n_4 + 7\ n_5 = 1.13 + 7.1 = 20$ restricciones

$G.L = 19 - 20 = -1$

6 Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo de la figura.



Grübler

$n = 7$

$i = 8$ (los pares deslizantes 5 y 8 se consideran como si fueran nudos)

$s = 0$

$3(n-1) - 2i - s = 18 - 16 = 2$

El mecanísmo tiene movimiento indeterminado

Restricción

$J = 8$

$n_2 = 5$ (barras 2,4,5,6 y 7)

$n_3 = 2$ (barras 1 y 3)

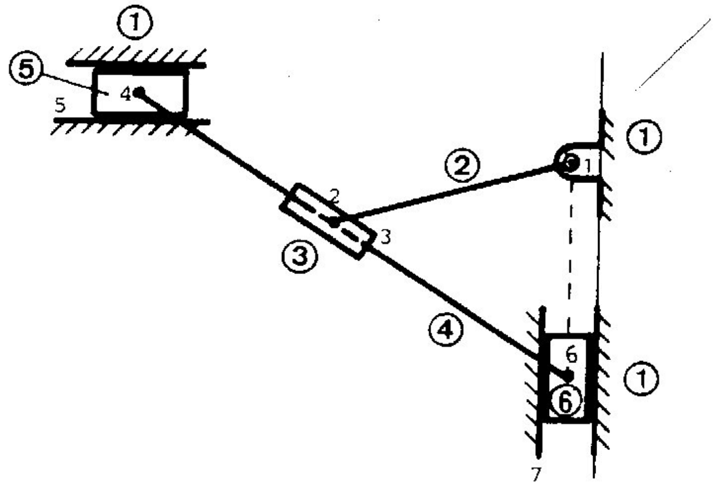
$n_4 = n_5 = . . . = n_k = 0$

$2J - 3 = 2.8 - 3 = 13$ condiciones

$1\ n_2 + 3\ n_3 = 1.5 + 3.2 = 11$ restricciones

$G.L = 13 - 11 = 2$

7 Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo de la figura.



Grübler

n = 6

i = 7

s = 0

3(n-1) - 2i - s = 15 - 14 = 1

El mecanísmo es desmodrómico

Los pares 3,5 y 7 son pares deslizantes de 1 G.L y se consideran como si fueran nudos de una barra.

Restricción

J = 7

n_2 = 4 (barras 2,3,5 y 6)

n_3 = 2 (barras 4 y 1)

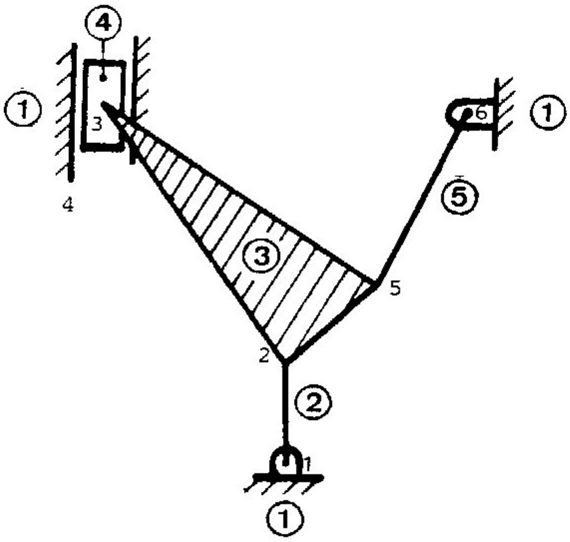
$n_4 = n_5 = . . . = n_k = 0$

2J - 3 = 14 - 3 = 11 condiciones

$1 n_2 + 3 n_3$ = 1.4 + 3.2 = 10 restricciones

G.L = 11 - 10 = 1

8 Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo de la figura.



Grübler

$n = 5$

$i = 6$

$s = 0$

$3(n-1) - 2i - s = 3(5-1) - 2.6 = 0$

No tiene movilidad, o sea que cumple la condición de estrícta rigidez y la cadena resulta una estructura estáticamente indeterminada.

Restricción

$J = 6$

$n_2 = 3$ (barras 2,4 y 5)

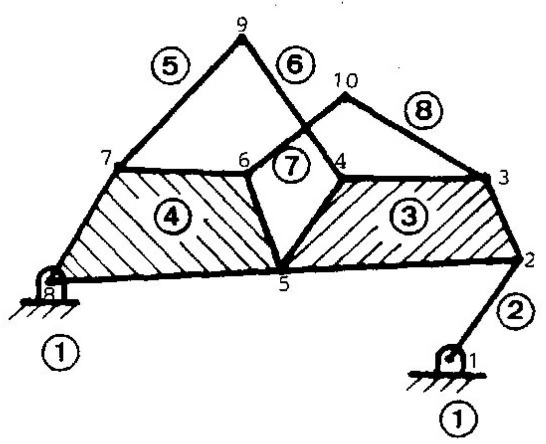
$n_3 = 2$ (barras 1 y 3)

$2J - 3 = 2.6 - 3 = 9$ condiciones

$1\ n_2 + 3\ n_3 = 1.3 + 3.2 = 9$ restricciones

$G.L = 9 - 9 = 0$

9 Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo de la figura.



Grübler

$n = 8$

$i = 10$

$s = 0$

$G.L = 3(n-1) - 2i - s = 3.7 - 2.10 = 1$

Restricción

$J = 10$

$n_2 = 6$ (barras 1,2,5,6,7 y 8)

$n_3 = 0$

$n_4 = 2$ (barras 3 y 4)

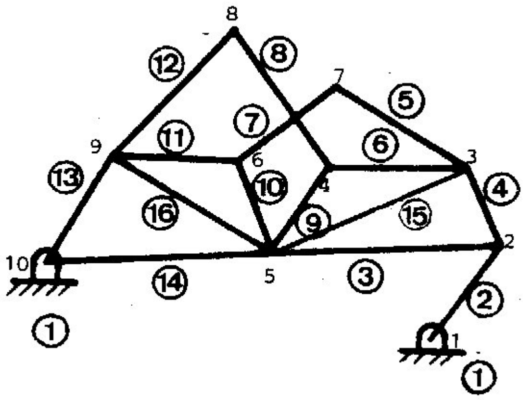
$2J - 3 = 2.10 - 3 = 20 - 3 = 17$ condiciones

$1\ n_2 + 3\ n_3 + 5\ n_4 =$ nº de restricciones

$= 1.6 + 3.0 + 5.2 = 6 + 10 = 16$

$G.L = 17 - 16 = 1$

Considerando las barras (3) y (4) ahora formadas por barras binarias obtendremos el siguiente mecanísmo equivalente.



Grübler

$$\left.\begin{array}{l} n = 16 \\ i = 22 \\ s = 0 \end{array}\right\} 3(n-1) - 2i - s = 3(15) - 2.22 = 45 - 44 = 1 \quad (*)$$

Restricción

$J = 10$

$n_2 = 16$

$2J - 3 = 2.10 - 3 = 17$ condiciones

$1.n_2 = 1.16 = 16$ restricciones

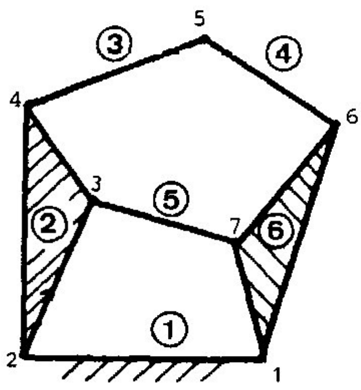
$17 - 16 = 1$ G.L

(*)

Nudo	Pares inferiores
1	1
2	2
3	3
4	2
5	5
6	2
7	1
8	1
9	3
10	2
	22

n° pares inferiores que hay en cada nudo = n° barras que confluyen en el nudo -1

(10) Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo de la figura.



Grübler

n = 6

i = 7

s = 0

G.L = 3(n-1) - 2i - s = 3.5-2.7=1

Restricción

J = 7

n_2 = 4 (barras 1,3,4 y 5)

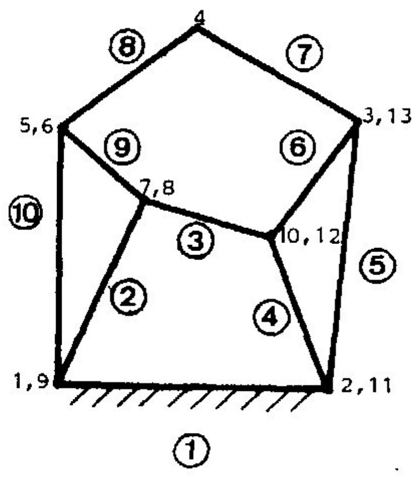
n_3 = 2 (barras 2 y 6)

2J-3 = 2.7 - 3 = 11 condiciones

1 n_2 + 3 n_3 = 1.4 + 3.2 = 10 restricciones.

G.L = 11 - 10 = 1 ; Mecanísmo Desmodrómico.

Considerando el mismo problema que las barras (2) y (6) están formadas por tres barras binarias cada una resulta,



Grübler

n = 10

i = 13

s = 0

G.L = 3.9 - 2.13 = 1

Restricción

J = 7

n_2 = 10

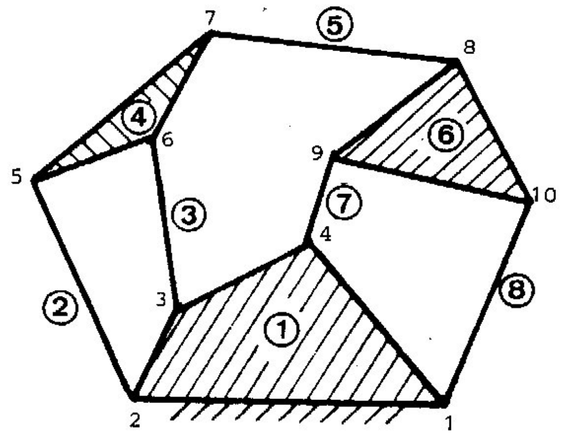
$n_3 = n_4 = \ldots = n_k = 0$

2J - 3 = 2.7-3 = 11 condiciones

1 n_2 = 10 restricciones

G.L = 11 - 10 = 1

11 Determinar el número de grados de libertad del mecanísmo de la figura.



Grübler

$n = 8$

$i = 10$

$s = 0$

$G.L = 3.7 - 2.10 = 1$

Restricción

$J = 10$

$n_2 = 5$ (barras 2,3,5,7 y 8)

$n_3 = 2$ (barras 4 y 6)

$n_4 = 1$ (barra 1)

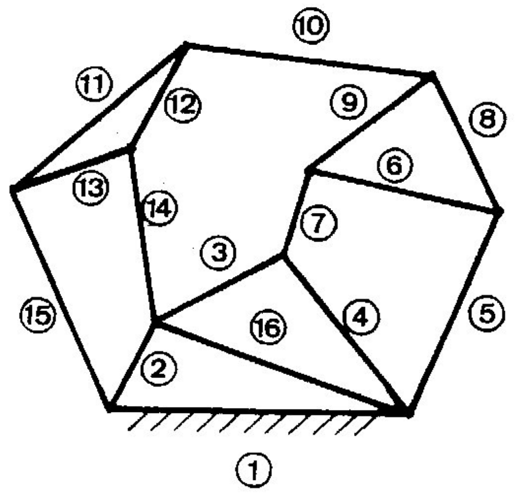
$2J-3 = 2.10-3 = 17$ condiciones

$1\ n_2 + 3\ n_3 + 5\ n_4 =$

$1.5 + 3.2 + 5.1 = 16$ restricciones

$G.L = 17-16 = 1$ Meca. desmodrómico

Considerando barras (4) y (6) formadas por tres barras binarias cada una y la (1) formada por 4 barras binarias, se obtiene el siguiente mecanísmo equivalente.



Grübler

$n = 16$

$i = 22$

$s = 0$

$G.L = 3.15 - 2.22 = 1$

Hay que observar que la barra (1) en el caso anterior era rígida y entonces para rigidizarla aquí hay que añadir la barra (16) con lo cual queda rigidizado el conjunto de barras 1,2,3,4 y 16 formando un solo sólido.

Restricción

$J = 10$; $2J - 3 = 17$; $G.L = 17 - 16 = 1$

$n_2 = 16$; $1\ n_2 = 16$